Prova de Avaliação 3

200 pontos = 13*3 + 9*4 + 2*12,5

1. Considere os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ tais que $||\vec{u}|| = 4, ||\vec{v}|| = 3$ e $(\vec{u}\,\hat{,}\,\vec{v}) = 120°$. Determine o número real λ para o qual os vetores e $\vec{u} - \overrightarrow{\lambda v}$ e $\vec{v}$ são perpendiculares.

2. Considere, num referencial o.n. xOy, a reta r de equação $x - 2y = 3$. Seja s a reta perpendicular a r que passa no ponto de coordenadas (1,2). Uma equação vetorial da reta s é:

   (A) (x,y) = (1,2) + k(-2,1), $k \in \mathbb{R}$

   (B) (x,y) = (1,2) + k(1,2), $k \in \mathbb{R}$

   (C) (x,y) = (1,2) + k(2,1), $k \in \mathbb{R}$

   (D) (x,y) = (1,2) + k(1,-2), $k \in \mathbb{R}$

3. Os segmentos de reta [AB] e [BC] são lados consecutivos de um hexágono regular de perímetro 12. Qual é o valor do produto escalar $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$?

   (A) -3

   (B) -2

   (C) 2

   (D) 3

4. Considere, num referencial o.n. xOy, a circunferência definida pela equação $x^2 + (y - 1)^2 = 2$. Esta circunferência interseta o eixo Ox em dois pontos. Destes pontos, seja A o que tem

abcissa positiva. Seja r a reta tangente à circunferência no ponto A. Qual é a equação reduzida da reta r?

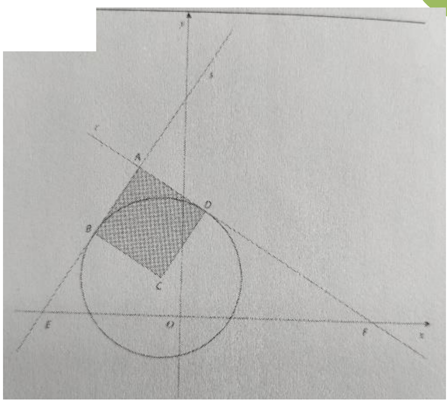
(A) $y = x + 1$

(B) $y = x - 1$

(C) $y = 2x + 2$

(D) $y = 2x - 2$

5. Na figura estão representados, num referencial o.n. xOy:



- a circunferência de centro C definida por $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 8 = 0$;

- os pontos B (-4,4) e D (1,5) pertencentes à circunferência;

- as retas r e s tangentes à circunferência em D e em B, respetivamente, e que se intersetam no ponto A;

- o quadrado [ABCD];

- os pontos F e E, pertencentes ao eixo Ox e às retas r e s, respetivamente.

5.1. Mostre que a equação reduzida da reta s é $y = \frac{3}{2}x + 10$.

5.2. Calcule o valor, em graus, da inclinação da reta r. Apresente o resultado aproximado às décimas.

5.3. Determine a área do triângulo [AEF] Apresente o resultado aproximado às centésimas.

6. Determina, passo a passo:

6.1. $\frac{8!}{4! \times 3!}$

6.2. ${}^{6}C_4 \times {}^{4}A_2$

6.3. $\frac{{}^5C_3}{4!}$

6.4. $\frac{(n+2)!+(n+1)!}{n!} = 120$

6.5. ${}^nA_2 = 342$

6.6. ${}^{n-1}A_3 = 3 \times {}^{n-2}A_2$

7. O código de acesso a um determinado serviço de internet é constituído por cinco letras e dois algarismos. Admite que os dois algarismos estão sempre situados nas duas últimas posições. Admite, ainda, que podem ser usadas as 26 letras do alfabeto e os 10 algarismos. Determina quantos códigos diferentes se podem formar:

   7.1. se não houver restrições;

   7.2. não repetindo letras e não repetindo algarismos;

   7.3. que não contenham vogais e em que os dois algarismos sejam iguais;

   7.4. em que as três primeiras letras sejam vogais e apenas possam utilizados os algarismos 3, 5 e 7;

   7.5. que não contenham consoantes e em que as letras sejam todas diferentes;

   7.6. em que a soma dos dois algarismos sejam um número ímpar maior do que 12.

8. Seja M o conjunto dos números naturais maiores do que 1000 e menores do que 5666.

8.1. Quantos elementos de M têm os algarismos todos diferentes?

8.2. Quantos elementos de M não têm dois algarismos consecutivos iguais?

8.3. Quantos elementos de M são capicuas?

9. Numa paragem de um autocarro estão 12 pessoas: seis homens e seis mulheres. Dois dos homens são idosos. Para um autocarro que apenas tem 10 lugares sentados disponíveis. Os idosos são as primeiras pessoas a entrar e vão sentar-se. Seguidamente, sentam-se as seis mulheres. Finalmente, sentam-se mais dois homens. De quantas maneiras diferentes podem ficar ocupados os dez lugares sentados, respeitando estas condições?

10. O João tem uma caixa para guardar lápis e canetas. A caixa está dividida em dez compartimentos diferentes. Cada compartimento só pode ser ocupado por um único lápis ou por uma única caneta. O João vai guardar cinco lápis, todos iguais, e cinco canetas, todas diferentes. Quantas disposições diferentes poderão ocorrer?