



Prova de Avaliação 3

GRUPO I (104 pontos = 3*8 + 3*8 + 7*8)

1

1. Considera as funções f , g , e h definidas analiticamente, respetivamente, por:

$$f(x) = x^2 - 6x + 10$$

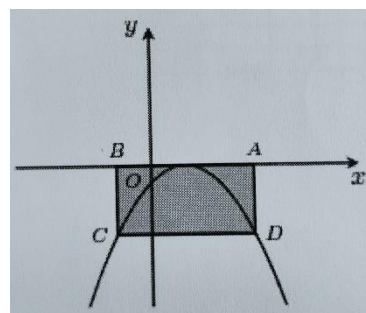
$$g(x) = \frac{2}{3}(x - 3)^2$$

$$p(x) = -2x^2 + 8x - 2$$

- 1.1. Escreva as expressões analíticas de cada uma das funções na forma $a(x - h)^2 + k$.
- 1.2. Indique, para cada uma destas funções:
 - a) as coordenadas do vértice e a equação do eixo de simetria da parábola que a representa
 - b) o sentido da concavidade do gráfico
 - c) o domínio e o contradomínio
- 1.3. Determine os zeros de cada uma das funções.

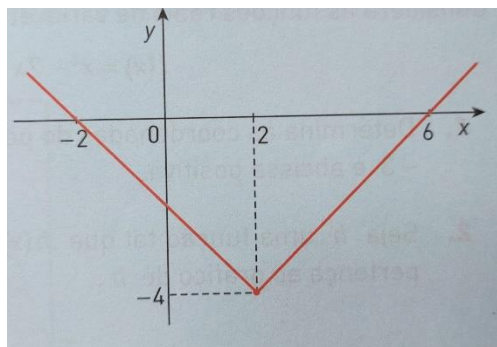
2. Na figura está representado, em referencial o.n. xOy , parte do gráfico da função p , de domínio R e o retângulo $[ABCD]$. Sabe-se que:

- p é definido por $p(x) = -\frac{1}{2}(x - h)^2$, com $h < 2$
- $T(5, -8)$ é um ponto do gráfico de p
- C e D são pontos do gráfico e têm ordenada igual a -2
- A e B pertencem ao eixo Ox
- A tem a mesma abcissa de D e B tem a mesma abcissa de C



- 2.1. Escreva a equação que define a função p e indica as coordenadas do vértice da parábola que a define.
- 2.2. Determina a área do retângulo.
- 2.3. Resolve a condição $p(x) > -3$.

3. Considera a função f , de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^2 - 6x + 7$. Determina, por processos exclusivamente analíticos, o conjunto solução da inequação $f(x) \geq -2(x - 6)$. Apresenta o conjunto-solução sob a forma de intervalo ou de reunião de intervalos de números reais.
4. Considera a função g definida por $g(x) = x^2 + mx + n$ ($m, n \in \mathbb{R}^+$). Calcula os valores de m e de n , de modo que o vértice do gráfico da função g seja o ponto de coordenadas $(-2, -1)$ e que tenha um zero em $x = -1$.
5. Seja p a função real de varável real definida por $p(x) = x^2 + x + 2k - 3$ ($k \in \mathbb{R}$). Determina o(s) valor(es) de k , para os quais o contradomínio de p é igual a $\mathbb{R}^+_0$.
6. Determina o conjunto-solução das seguintes condições:
- $|x^2 + 3x - 1| = 3$
 - $|x^2 - x| < 2$
7. Na figura encontra-se representada graficamente uma função f .
- Das seguintes expressões, indica a que pode corresponder à representação gráfica:
 - $f(x) = |x - 2| + 4$
 - $f(x) = |x + 2| - 4$
 - $f(x) = |x + 2| - 4$
 - $f(x) = |x - 2| - 4$
 - Atendendo á expressão identificada em a), resolve as seguintes condições
 - $f(x) = 5$
 - $f(x) < 8$
 - $f(x) \geq \frac{1}{2}$

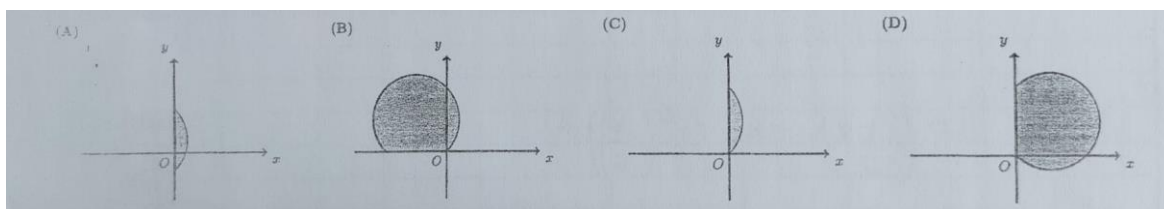


GRUPO II (96 pontos = 12*8)

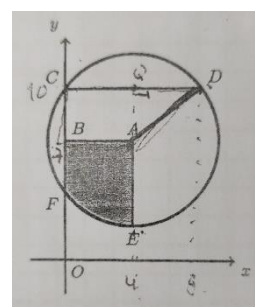
3

- A bissetriz dos quadrantes pares é a mediatriz do segmento de reta $[AB]$. Quais podem ser as coordenadas dos pontos A e B?
 - A (3,0) e B (0,3)
 - A (3,0) e B (0,-3)
 - A (0,0) e B (-3,3)
 - A (-3,0) e B (0,-3)
- Considere num referencial o.n. xOy o ponto A $(m^2 - 1, 2 - 2m)$, com $m \in \mathbb{R}$.
 - Determine m de modo que A pertença:
 - ao eixo Oy.
 - à bissetriz dos quadrantes ímpares
 - Considere agora que $m = \frac{1}{2}$. O ponto M $(-1, 1)$ é o ponto médio de $[AB]$
 - Mostre que B tem coordenadas $(-5/4, 1)$.
 - Seja D um ponto pertencente ao eixo Oy, tal que $d(M,D) = 2$. As coordenadas do ponto D são:

(A) $(-1-\sqrt{3}, 0)$	(B) $(0, -1 - \sqrt{3})$	(C) $(1 + \sqrt{3}, 0)$	(D) $(0, 1 + \sqrt{3})$
------------------------	--------------------------	-------------------------	-------------------------
- Considere a condição $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 2 \wedge x \geq 0$. Em qual das opções seguintes está representado, em referencial o.n. xOy , o conjunto de pontos definido por esta condição?



- Na figura está representada, num referencial o.n. xOy , a circunferência que tem centro no ponto A $(4,7)$ e que contém o ponto D $(8,10)$. Sabe-se que:
 - $[CF]$ é a corda da circunferência contida no eixo Oy.
 - $[CD]$ é uma corda da circunferência, paralela ao eixo Ox.
 - $[AE]$ é um raio da circunferência, paralela ao eixo Oy.
 - $[ABCD]$ é um trapézio retângulo.



- Determina a área do trapézio $[ABCD]$
- Mostre que a equação reduzida da mediatriz do segmento $[AD]$ é definida por $y = -\frac{4}{3}x + \frac{33}{2}$.
- Determine o valor de a para o qual o ponto P $(3, a + \frac{3}{2})$ é equidistante de A e de D.

- 4.4. Defina, por uma condição, a região sombreada, incluindo a fronteira.
- 4.5. Escreva a equação da reta tangente à circunferência no ponto E.
- 4.6. Seja $T(k^2 - k - 2, k + 1)$, com $k \in \mathbb{R}$, um ponto pertencente ao 4º Quadrante. Determine as coordenadas de T, sabendo que este ponto pertence à reta AE.